МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
“Оренбургский государственный университет”

Кафедра начертательной геометрии, инженерной и
компьютерной графики

Е.А. САДОВСКАЯ

МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ
ЗАНЯТИЯМ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

Рекомендовано к изданию Редакционно-издательским советом
государственного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
“Оренбургский государственный университет”

Оренбург 2003

ББК 22.151.3я73
С 14
УДК 514.18(07)

Рецензент
кандидат технических наук, доцент А.В. Кострюков

Садовская Е.А.
С 14 **Метрические задачи: Методические указания к практическим занятиям по дисциплине «Начертательная геометрия». – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2003. – 17 с.**

Настоящие методические указания предназначены для выполнения задания по теме «Метрические задачи» расчетно-графической работы по дисциплине «Начертательная геометрия» для студентов I курса в I семестре специальностей 120600, 130100, 130600, 120100 и 120200.

ББК 22.151.3я73

© Садовская Е.А., 2003
© ГОУ ОГУ, 2003

Введение

В курсе начертательной геометрии **метрическими** называются **задачи**, решение которых связано с нахождением характеристик геометрических фигур, определяемых (измеряемых) линейными и угловыми величинами.

Существует два вида метрических задач: 1) задачи на определение расстояния между двумя точками; 2) задачи на нахождение величины угла между двумя пересекающимися прямыми.

К метрическим задачам относятся также задачи на построение отрезка и угла с заранее заданным значением соответственно линейной и градусной (радианной) величины и задачи, в которых на промежуточных этапах решения приходится выяснять позиционные отношения между геометрическими фигурами.

Метрические задачи весьма распространены в инженерно-конструкторской и в научно-исследовательской расчетной работе и являются основой инженерной и научно-исследовательской деятельности. Многие аналитические расчеты могут быть выполнены посредством простых графических построений, что повышает производительность труда, обеспечивает наглядность расчетов и верность выбранного пути.

Положительный результат при решении метрических задач достигается аккуратностью и точностью графических построений. Данные задачи успешно развивают пространственное мышление, воспитывают трудолюбие, повышают интеллект и общий уровень графической культуры.

В предлагаемой работе содержатся три основные метрические задачи с изложением основных этапов решения в текстовом и графическом исполнении.

Цель работы

В расчетно-графической работе предусмотрено выполнение задания по теме «Метрические задачи».

Цель задания

Изучить способы решения задач на определение метрических характеристик геометрических фигур без преобразования чертежа.

Содержание задания

На чертежной бумаге формата А3 графическим методом решить три метрические задачи, выбрав целесообразный масштаб.

Порядок выполнения:

1) на чертежной бумаге формата А3 (297х420) вычертить рамку и контур основной надписи;

2) разделить тонкой линией лист на 3 части, вычертив в каждой его трети систему координат;

3) по заданным координатам точек вычертить горизонтальные и фронтальные проекции точек;

4) соединить соответствующие проекции точек прямыми (плоскость задана треугольником);

5) выполнить необходимые построения.

Оформление работы:

1) все построения выполнить сначала тонкими сплошными линиями;

2) окончательно изображения обвести после проверки преподавателем;

3) по окончании исправлений карандашом (М, ТМ) обвести контурной линией;

4) заполнить основную надпись.

1 Геометрические множества

1.1 Множество точек – это плоскость, параллельная данной плоскости и удаленная от нее на расстояние *n* мм.

Параллельные плоскости. Плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости.

Расстояние между плоскостями определяется величиной отрезка перпендикуляра, опущенного из точки, взятой на одной плоскости, на другую плоскость.

В качестве примера рассматривается построение множества точек, удаленных от плоскости $P\ (\Delta ABC)$ на *40* мм (рисунок 1).

1.2 Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости, в качестве примера: горизонталь *h* и фронталь *f*.

По теореме о перпендикуляре: $l_1 \perp h_1$, $l_2 \perp f_2$, где *l* – это перпендикуляр:

1) в плоскости $P\ (\Delta ABC)$ проводится $h\ (h_1, h_2)$ и $f\ (f_1, f_2)$, в данном примере (в соответствии с рисунком 1): h - $A_1 1_1$, $C_2 1_2$, а f - $A_1 2_1$, $A_2 2_2$;

2) проводится перпендикуляр: $l_1 \perp A_1 1_1$ и $l_2 \perp A_2 2_2$.

1.3 Выбирается на перпендикуляре *l* произвольная точка *L*: $L_1 \in l_1$, $L_2 \in l_2$.

1.4 Определяется $A_1 L_O$ – действительная (натуральная) величина отрезка *AL*, по методу прямоугольного треугольника.

1.5 На $A_1 L_O$ – действительной (натуральной) величине отрезка $[AL]$ из точки *A* откладывается отрезок $[A_1 T_O]$, равный *40* мм. Проводится из точки T_O прямая, параллельная $[L_1 L_O]$, строится T_1 ($T_1 \in l_1$) и T_2 ($T_2 \in l_2$).

1.6 Через точку T (T_1, T_2) проводится плоскость R, параллельная заданной P (ΔABC) по признаку параллельности плоскостей, рассматриваются в качестве примера: горизонталь h' и фронталь f'.

Плоскость R $(h' \cap f')$ || P (ΔABC), так как h' || h, f' || f, и она является множеством точек, удаленных от плоскости P (ΔABC) на 40 мм.

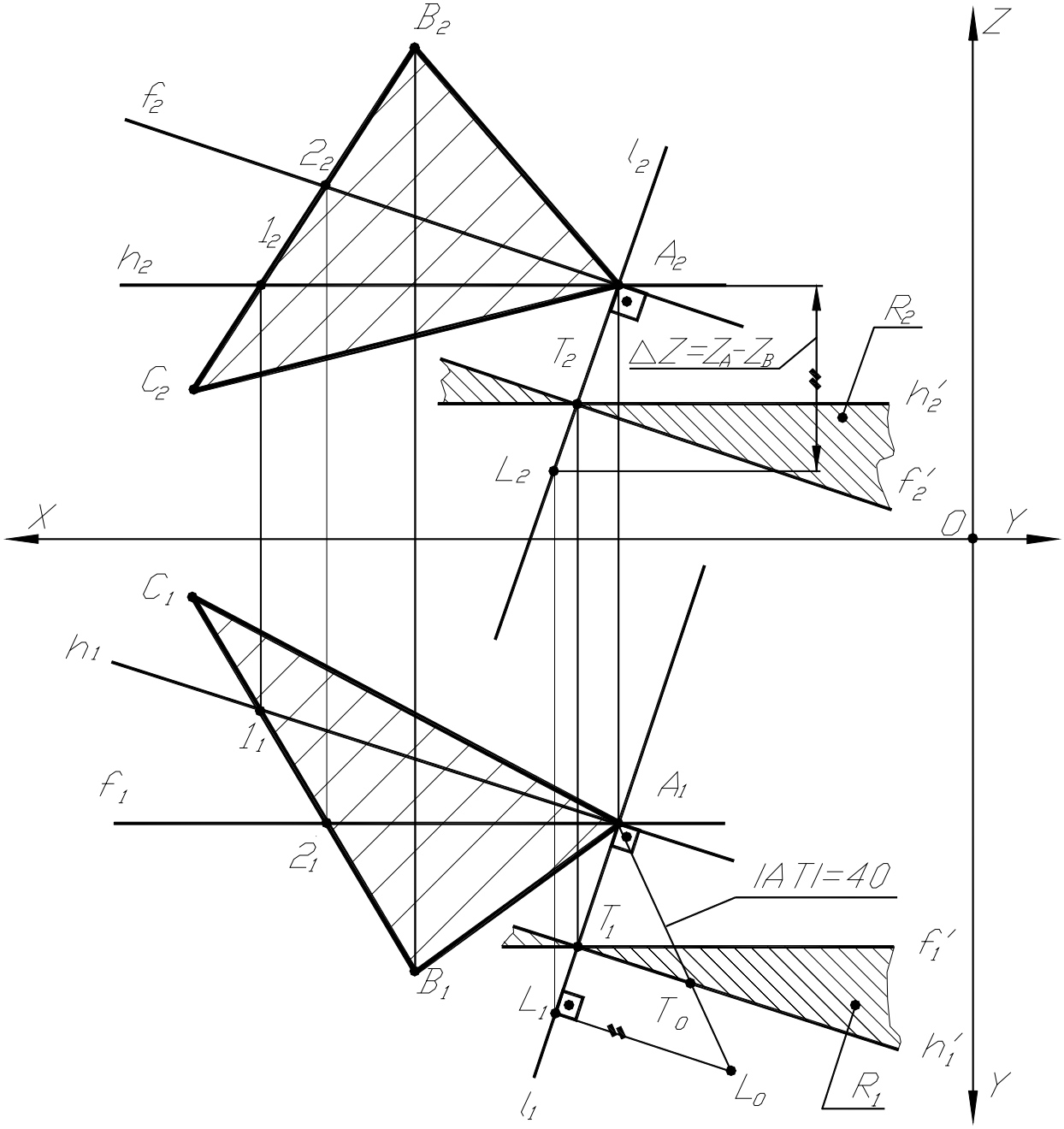

Рисунок 1 - Построение множества точек, удаленных от плоскости $P(\Delta ABC)$ на 40 мм

2 Взаимно перпендикулярные плоскости

2.1 Взаимно перпендикулярные плоскости. Две плоскости перпендикулярны, если одна из них содержит прямую, перпендикулярную к другой плоскости.

В качестве примера рассматривается построение через точку A плоскости $Q\ (Q_1, Q_2)$ перпендикулярно плоскости $P(\Delta ABC)$ (рисунок 2).

2.2 Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости, в качестве примера: горизонталь h и фронталь f.

По теореме о перпендикуляре: $l_1 \perp h_1$, $l_2 \perp f_2$, где l – это перпендикуляр:

1) в плоскости $P\ (\Delta ABC)$ проводится $h\ (h_1, h_2)$ и $f\ (f_1, f_2)$, в данном примере (в соответствии с рисунком 2): h - $C_1 1_1$, $C_2 1_2$, а f - $A_1 2_1$, $A_2 2_2$;

2) проводится перпендикуляр: $l_1 \perp A_1 1_1$ и $l_2 \perp A_2 2_2$.

2.3 Задается плоскость Q параллельными прямыми l и m $(l_1 \parallel m_1, l_2 \parallel m_2)$, то есть $Q\ (l \parallel m)$. Плоскость $Q \perp P\ (\Delta ABC)$ по признаку перпендикулярности плоскостей, так как $Q \supset l \perp P\ (\Delta ABC)$.

2.4 Определяются следы прямых l и m – точки пересечения прямых с плоскостями проекций:

1) для нахождения M – горизонтального следа прямой l:

а) отмечается точка пересечения l_2 – фронтальная проекции прямой l с осью x $(l_2 \cap x = M_2)$;

б) проводится через полученную точку прямая a, перпендикулярная оси x $(a \perp x)$;

в) пересечение перпендикуляра a с горизонтальной проекцией прямой l_1 указывает положение горизонтального следа M_1 $(a \cap l_1 = M)$.

Таким образом, $M = (l_2 \cap x = M_2)$; $(a \perp x,\ M_2 \in a)$; $a \cap l_1$;

2) для определения N – фронтального следа прямой l выполняется операция $l_1 \cap x = N_1$, а прямая $a_1 \perp x$ проводится через точку N_1. Последняя операция заключается в нахождении $N_2 = a_1 \cap l_2$;

3) алгоритм нахождения N' – фронтального следа прямой m аналогичен: $N' = (m_1 \cap x = N_1')$; $(a_1' \perp x,\ N_1 \in a_1')$; $a_1' \cap m_2$.

2.5 Соединяются N и N' – соответственно фронтальные следы прямых l и m, для нахождения прямой, по которой плоскость Q пересекает фронтальную плоскость проекции, то есть Q_2 – фронтального следа плоскости $Q\ (Q_2 = Q \cap \pi_2)$. Точка схода следов Q_x получается при пересечении оси x с плоскостью Q $(Q_x = x \cap Q)$.

Соединяются Q_x с M – горизонтальным следом прямой l для построения прямой, по которой плоскость Q пересекает горизонтальную плоскость проекции, то есть Q_1 – горизонтального следа плоскости Q ($Q_1 = Q \cap \pi_1$).

Таким образом построена через точку A плоскость Q, заданная горизонтальным и фронтальным следами, соответственно Q_1 и Q_2, перпендикулярно плоскости P (ΔABC).

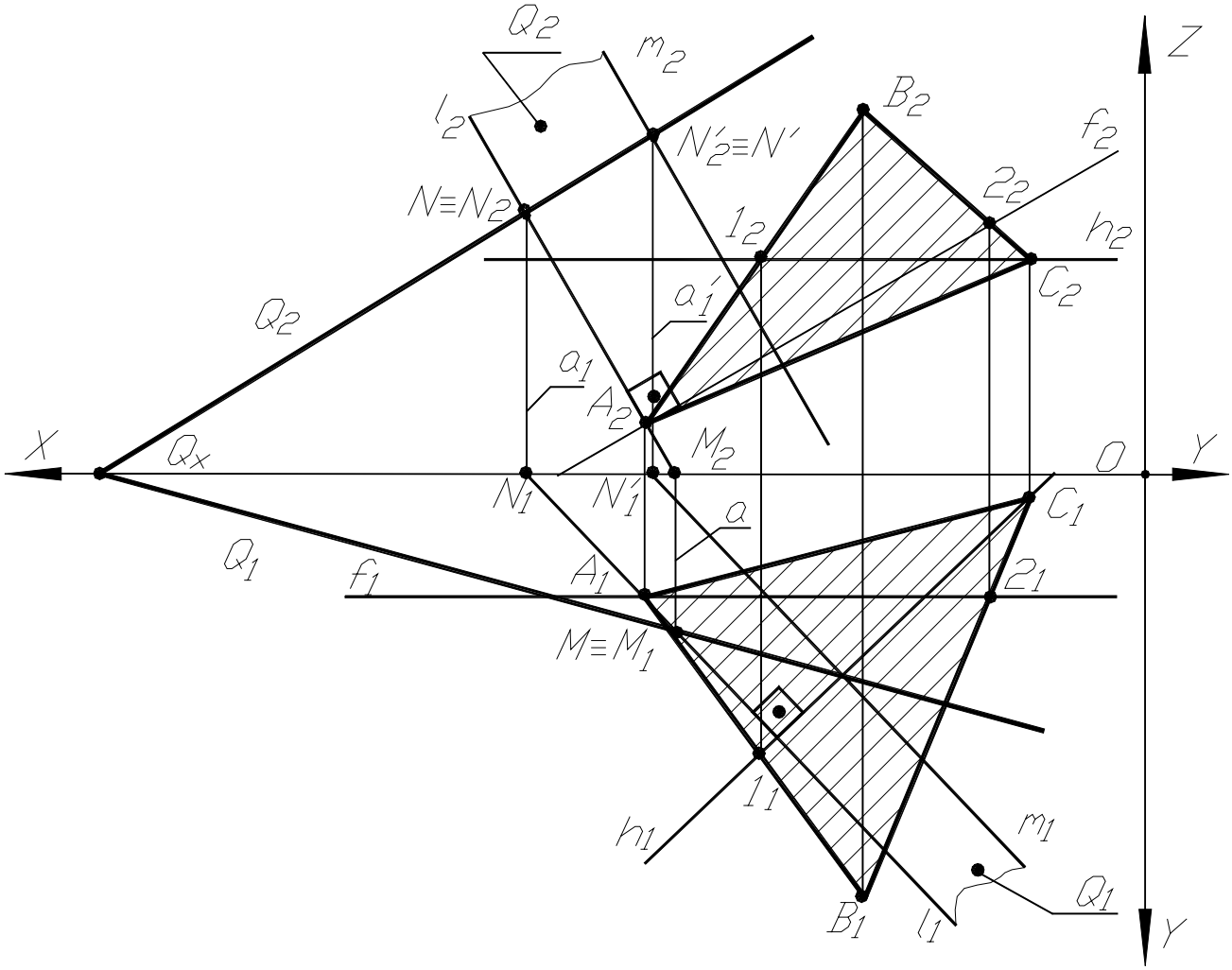

Рисунок 2 – Построение плоскости Q (Q_1, Q_2) через точку A перпендикулярно плоскости P(ΔABC)

3 Пересечение прямой линии с плоскостью

3.1 Точка, симметричная данной точке относительно плоскости, - это точка, находящаяся на таком же расстоянии от плоскости, что и заданная точка:

а) так как расстояние от точки до плоскости определяется перпендикуляром, то через данную точку проводится перпендикуляр к плоскости;

б) определяется точка пересечения (точки встречи) перпендикуляра с плоскостью;

в) определяется положение симметричной точки, находящейся на расстоянии от плоскости, равном расстоянию от заданной точки до точки встречи перпендикуляра с плоскостью, в направлении построенного перпендикуляра.

В качестве примера рассматривается построение точки *N*, симметричной точке *D* относительно плоскости $P\ (\Delta ABC)$ (рисунок 3).

3.2 Через точку D проводится перпендикуляр *l* к плоскости $P\ (\Delta ABC)$: $D \in l\ (D_1 \in l_1, D_2 \in l_2)$.

Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости, в качестве примера: горизонталь *h* и фронталь *f*.

По теореме о перпендикуляре: $l_1 \perp h_1$, $l_2 \perp f_2$, где *l* – это перпендикуляр:

1) в плоскости $P\ (\Delta ABC)$ проводится $h\ (h_1, h_2)$ и $f\ (f_1, f_2)$, в данном примере (в соответствии с рисунком 3): h - $C_1 1_1$, $C_2 1_2$, а f - $A_1 2_1$, $A_2 2_2$;

2) проводится перпендикуляр: $l_1 \perp D_1 1_1$ и $l_2 \perp D_2 2_2$.

3.3 Определяется точка встречи перпендикуляра *l* с плоскостью $P\ (\Delta ABC)$ методом вспомогательных плоскостей:

1) через перпендикуляр *l* проводится вспомогательная плоскость частного положения (уровня или проецирующую), то есть $l \in \alpha$: в данном примере через перпендикуляр *l* проведена горизонтально проецирующая плоскость α, $l_1 \equiv \alpha_1$;

2) строится линия пересечения плоскости α с заданной плоскостью $P\ (\Delta ABC)$, то есть $l \cap P\ (\Delta ABC) = 3, 4$. Точки *3, 4* находятся как результат пересечения прямых, принадлежащих плоскости *P*, в данном случае – это горизонталь *h* и фронталь *f* плоскости $P\ (\Delta ABC)$ со вспомогательной плоскостью α: $\alpha_1 \cap f_1 = 3_1$, $\alpha_1 \cap h_1 = 4_1$, определяются фронтальные проекции точек 3_2 и 4_2 – прямая 3,4;

3) определяется точка встречи перпендикуляра *l* с плоскостью $P\ (\Delta ABC)$, то есть $l \cap 3,4 = K$, как результат пересечения перпендикуляра *l* и линии пересечения 3,4 плоскости α с плоскостью $P(\Delta ABC)$: $3_2, 4_2 \cap l_2 = K_2$, $3_1, 4_1 \cap l_1 = K_1$.

3.4 Точка *N*, симметричная точке *D* относительно плоскости *P (ΔABC)*, находится в направлении перпендикуляра *l* от построенной точки встречи *K* на отрезке, равном *[KD]*. Полученная точка *N* будет симметрична точке *D* относительно плоскости *P (ΔABC),* то есть *[KD] = [KN] ([K₁D₁] = [K₁N₁], [K₂D₂] = [K₂N₂]).*

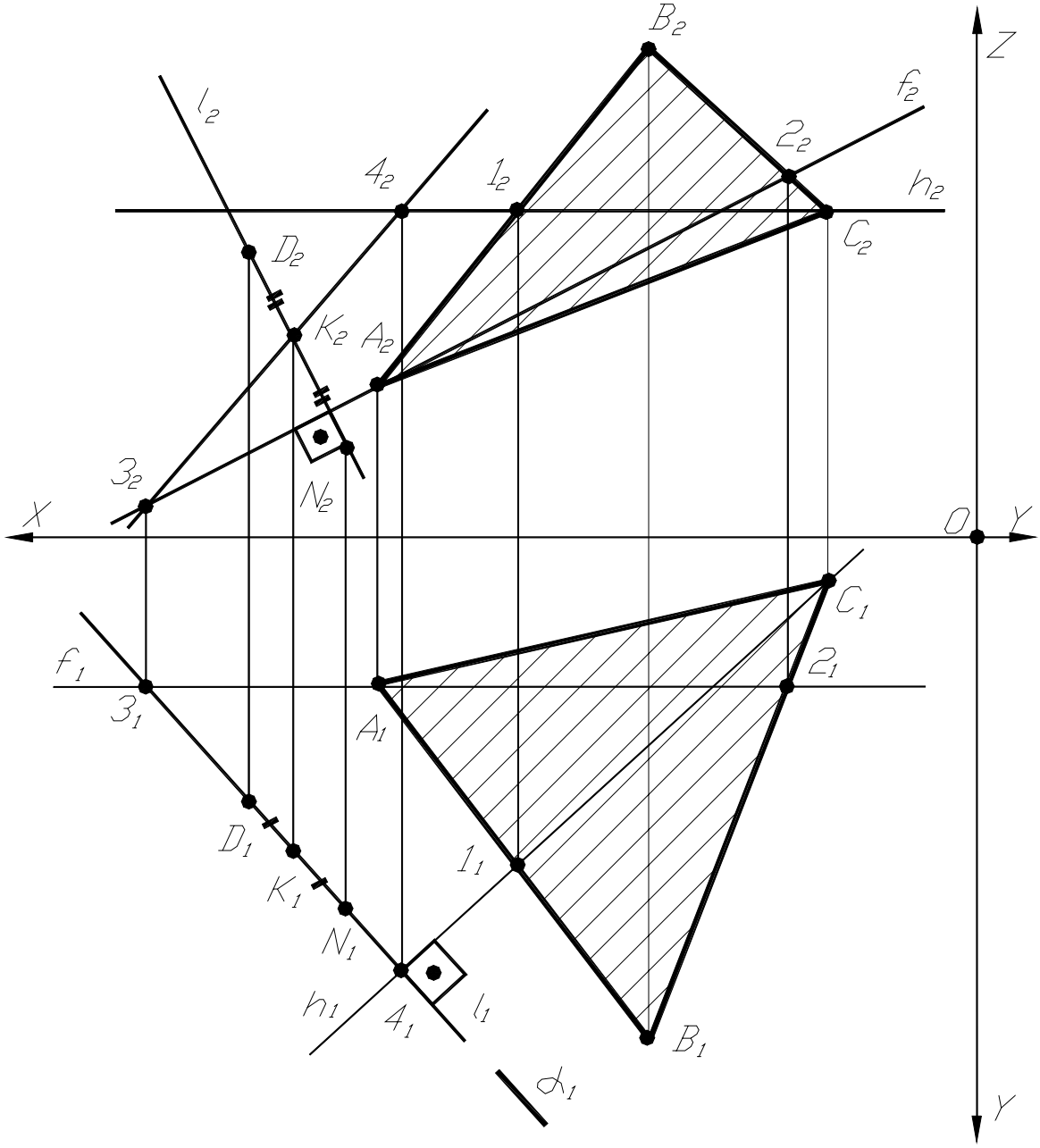

Рисунок 3 - Построение точки *N*, симметричной точке *D* относительно плоскости *P (ΔABC)*

Список использованных источников

1. Начертательная геометрия: Учебник для вузов. Изд. 4-е, перераб. и доп. М.: «Высш. школа», 1977. – 231 с.

2. Сборник задач по курсу начертательной геометрии. Гордон В.О., Иванов Ю.Б., Солнцева Т.Е. – М.: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1977. – 351 с.

3. Начертательная геометрия и ее приложения. Межвузов. науч. сборник. Вып.3 / Под ред И.Г.Виницкого. Саратов: Изд-во Сарат. гос. ун-та, 1979. - 128 с.

4. Фролов С.А. Начертательная геометрия: Учебник для втузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1983. – 240 с.

5. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии: Учеб. пособие / Под ред. Ю.Б. Иванова. – 23-е изд., перераб. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат.лит., 1988. – 272 с.

6. Небольсинов В.Н. Метрические задачи: Методические указания. - Оренбургский политех. ин-т. – Оренбург, 1994. – 15 с.

7. Иванов Г.С. Начертательная геометрия: Учеб. для втузов. – М.: Машиностроение, 1995. – 224 с.

8. Начертательная геометрия, инженерная и машинная графика: Учеб. для вузов / Под ред. К.И. Валькова. – М.: Высш. шк., 1997. – 495 с.

9. Чекмарев А.А. Начертательная геометрия. Инженерная и машинная графика: Программа, контрольные задания и метод.указ. для студ.-заоч. инжен.-техн. и пед.спец.вузов / А.А. Чекмарев, А.В. Верховский, А.А. Пузиков. – М.: Высш.шк, 1999. – 154 с.

10. Иванова А.П. Методические указания к расчетно-графической работе «Метрические задачи» / А.П.Иванова, А.Д. Припадчев. - Оренбург: ОГУ, 2000. - 34 с.

11. Начертательная геометрия: Учеб. для вузов / Под ред. Н.Н. Крылова. – 7-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. школа, 2001. – 224 с.

12. Горельская Л.В., Кострюков А.В., Павлов С.И. Начертательная геометрия: Учебное пособие по курсу «Начертательная геометрия». – Оренбургский государственный университет. – Оренбург, 2001. – 118 с.

Приложение А

Варианты заданий

Вариант 1

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔABC) на 40 мм.
2. Через точку C провести плоскость $Q(Q_1, Q_2)$ перпендикулярно плоскости P(ΔABC).
3. Построить точку N, симметричную точке D относительно плоскости P(ΔABC).

Вариант 2

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔABD) на 50 мм.
2. Через точку A провести плоскость $Q(Q_1, Q_2)$ перпендикулярно плоскости P(ΔABD).
3. Построить точку M, симметричную точке E относительно плоскости P(ΔABD).

Вариант 3

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔABE) на 30 мм.
2. Через точку B провести плоскость $Q(Q_1, Q_2)$ перпендикулярно плоскости P(ΔABE).
3. Построить точку M, симметричную точке K относительно плоскости P(ΔABE).

Вариант 4

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔABK) на 25 мм.
2. Через точку E провести плоскость $Q(Q_1, Q_2)$ перпендикулярно плоскости P(ΔABK).
3. Построить точку M, симметричную точке C относительно плоскости P(ΔABK).

Вариант 5

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔBCD) на 35 мм.
2. Через точку C провести плоскость $Q(Q_1, Q_2)$ перпендикулярно плоскости P(ΔBCD).
3. Построить точку M, симметричную точке A относительно плоскости P(ΔBCD).

Вариант 6

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔBCE) на 45 мм.

2. Через точку B провести плоскость Q(Q_1, Q_2) перпендикулярно плоскости P(ΔBCE).

3. Построить точку M, симметричную точке D относительно плоскости P(ΔBCE).

Вариант 7

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔBCK) на 30 мм.

2. Через точку K провести плоскость Q(Q_1, Q_2) перпендикулярно плоскости P(ΔBCK).

3. Построить точку M, симметричную точке E относительно плоскости P(ΔBCK).

Вариант 8

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔCDK) на 40 мм.

2. Через точку D провести плоскость Q(Q_1, Q_2) перпендикулярно плоскости P(ΔCDK).

3. Построить точку M, симметричную точке B относительно плоскости P(ΔCDK).

Вариант 9

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔCDE) на 45 мм.

2. Через точку E провести плоскость Q(Q_1, Q_2) перпендикулярно плоскости P(ΔCDE).

3. Построить точку M, симметричную точке K относительно плоскости P(ΔCDE).

Вариант 10

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔABD) на 60 мм.

2. Через точку K провести плоскость Q(Q_1, Q_2) перпендикулярно плоскости P(ΔABD).

3. Построить точку M, симметричную точке C относительно плоскости P(ΔABD).

Вариант 11

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔDEK) на 50 мм.

2. Через точку B провести плоскость Q(Q_1, Q_2) перпендикулярно плоскости P(ΔDEK).

3. Построить точку M, симметричную точке A относительно плоскости P(ΔDEK).

Вариант 12

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔADK) на 55 мм.

2. Через точку A провести плоскость Q(Q_1, Q_2) перпендикулярно плоскости P(ΔADK).

3. Построить точку N, симметричную точке B относительно плоскости P(ΔADK).

Вариант 13

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔBDK) на 25 мм.

2. Через точку D провести плоскость Q(Q_1, Q_2) перпендикулярно плоскости P(ΔBDK).

3. Построить точку N, симметричную точке C относительно плоскости P(ΔBDK).

Вариант 14

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔCEK) на 35 мм.

2. Через точку E провести плоскость Q(Q_1, Q_2) перпендикулярно плоскости P(ΔCEK).

3. Построить точку N, симметричную точке B относительно плоскости P(ΔCEK).

Вариант 15

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔAEK) на 40 мм.

2. Через точку B провести плоскость Q(Q_1, Q_2) перпендикулярно плоскости P(ΔAEK).

3. Построить точку N, симметричную точке C относительно плоскости P(ΔAEK).

Вариант 16

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔACD) на 55 мм.

2. Через точку D провести плоскость Q(Q_1, Q_2) перпендикулярно плоскости P(ΔACD).

3. Построить точку N, симметричную точке B относительно плоскости P(ΔACD).

Вариант 17

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔACE) на 60 мм.

2. Через точку A провести плоскость Q(Q_1, Q_2) перпендикулярно плоскости P(ΔACE).

3. Построить точку N, симметричную точке B относительно плоскости P(ΔACE).

Вариант 18

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔACK) на 65 мм.

2. Через точку K провести плоскость Q(Q_1, Q_2) перпендикулярно плоскости P(ΔACK).

3. Построить точку N, симметричную точке D относительно плоскости P(ΔACK).

Вариант 19

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔBEK) на 30 мм.

2. Через точку E провести плоскость Q(Q_1, Q_2) перпендикулярно плоскости P(ΔBEK).

3. Построить точку N, симметричную точке A относительно плоскости P(ΔBEK).

Вариант 20

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔADE) на 35 мм.

2. Через точку D провести плоскость Q(Q_1, Q_2) перпендикулярно плоскости P(ΔADE).

3. Построить точку M, симметричную точке B относительно плоскости P(ΔADE).

Вариант 21

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔBDE) на 40 мм.

2. Через точку B провести плоскость $Q(Q_1, Q_2)$ перпендикулярно плоскости P(ΔBDE).

3. Построить точку M, симметричную точке C относительно плоскости P(ΔBDE).

Вариант 22

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔABC) на 50 мм.

2. Через точку D провести плоскость $Q(Q_1, Q_2)$ перпендикулярно плоскости P(ΔABC).

3. Построить точку M, симметричную точке E относительно плоскости P(ΔABC).

Вариант 23

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔABC) на 25 мм.

2. Через точку B провести плоскость $Q(Q_1, Q_2)$ перпендикулярно плоскости P(ΔABC).

3. Построить точку M, симметричную точке K относительно плоскости P(ΔABC).

Вариант 24

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔACE) на 42 мм.

2. Через точку K провести плоскость $Q(Q_1, Q_2)$ перпендикулярно плоскости P(ΔACE).

3. Построить точку M, симметричную точке E относительно плоскости P(ΔACE).

Вариант 25

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔABK) на 55 мм.

2. Через точку D провести плоскость $Q(Q_1, Q_2)$ перпендикулярно плоскости P(ΔABK).

3. Построить точку M, симметричную точке E относительно плоскости P(ΔABK).

Вариант 26

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔBCD) на 25 мм.

2. Через точку E провести плоскость Q(Q_1, Q_2) перпендикулярно плоскости P(ΔBCD).

3. Построить точку M, симметричную точке A относительно плоскости P(ΔBCD).

Вариант 27

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔBDK) на 70 мм.

2. Через точку A провести плоскость Q(Q_1, Q_2) перпендикулярно плоскости P(ΔBDK).

3. Построить точку M, симметричную точке K относительно плоскости P(ΔBDK).

Вариант 28

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔADK) на 35 мм.

2. Через точку C провести плоскость Q(Q_1, Q_2) перпендикулярно плоскости P(ΔADK).

3. Построить точку M, симметричную точке B относительно плоскости P(ΔADK).

Вариант 29

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔAEK) на 50 мм.

2. Через точку K провести плоскость Q(Q_1, Q_2) перпендикулярно плоскости P(ΔAEK).

3. Построить точку M, симметричную точке C относительно плоскости P(ΔAEK).

Вариант 30

1. Построить множество точек, удаленных от плоскости P(ΔACE) на 70 мм.

2. Через точку D провести плоскость Q(Q_1, Q_2) перпендикулярно плоскости P(ΔACE).

3. Построить точку M, симметричную точке B относительно плоскости P(ΔACE).